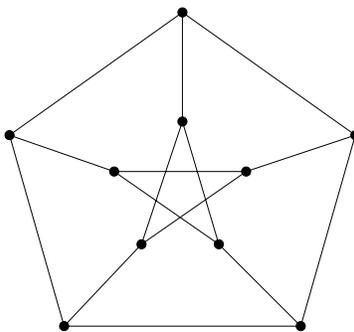


## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 6. Übung

1. Sei  $G = (V, E)$  ein einfacher ungerichteter Graph. Zeigen Sie, daß dann gilt:
  - a) Es gibt eine Partition  $V = V_1 \dot{\cup} V_2$ , so daß alle Knoten in  $G[V_1]$  und  $G[V_2]$  geraden Grad haben.
  - b) Es gibt eine Partition  $V = V_1 \dot{\cup} V_2$ , so daß alle Knoten in  $G[V_1]$  geraden Grad und alle Knoten in  $G[V_2]$  ungeraden Grad haben. (zusammen 5 Punkte)
2. Zeigen Sie, daß es genau fünf Platonische Körper gibt, d.h. daß es (bis auf Isomorphie) genau fünf 3-zusammenhängende reguläre planare Graphen gibt, deren Flächen alle von Kreisen derselben Länge berandet werden. (3 Punkte)
3. Der folgende Graph heißt Petersen-Graph:



- (a) Man gebe drei Gründe an, warum der Petersen-Graph nicht planar ist.
  - (b) Wie groß ist die minimale Anzahl von Kanten, die man aus dem Petersen-Graphen entfernen muß, um ihn planar zu machen? (3+1 Punkte)
4. Welches ist das kleinste  $n$ , so daß es einen nichtplanaren einfachen Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten gibt, dessen Komplement  $\bar{G}$  ebenfalls nicht planar ist? Dabei seien in  $\bar{G}$  zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sie in  $G$  nicht verbunden sind. (3 Punkte)