Sommersemester 2014
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
2. Übung

1. Es sei $\tilde{S}_{n,k}$ die Zahl der Möglichkeitene, eine n-elementige Menge so in k Mengen aufzuteilen, daß jedes Menge mindestens zwei Elemente enthält
   (a) Berechnen Sie $\tilde{S}_{2k,k}$.
   (b) Finden Sie eine Rekursionsformel für $\tilde{S}_{n,k}$ mit $n > 2k$. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Formel. (2+2 Punkte)

2. Für $m, n \in \mathbb{N}$ definieren wir $X_n := \{1, \dots, n\}$ und
$$A_{n,m} := \left| \left\{ \pi : X_n \to X_n : \pi \text{ Permutation und } |\{i \in X_n \setminus \{n\} : \pi(i) < \pi(i+1)\}| = m \right\} \right|.$$
Außerdem sei $A_{0,0} := 1$ und $A_{0,k} := 0$ (für $k > 0$). Zeigen Sie, wie man $A_{n,m}$ für $n > 0$ und $m > 0$ aus $A_{n-1,m-1}$ und $A_{n-1,m}$ durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen bestimmen kann. (3 Punkte)

3. Geben Sie eine möglichst große Menge von positiven ganzen Zahlen an, so daß die Summe von je drei dieser Zahlen eine Primzahl ist. Zeigen Sie auch, daß die von Ihnen gewählte Menge größtmöglich ist, daß es also keine größere Menge mit dieser Eigenschaft gibt. (3 Punkte)

4. Beweisen Sie den allgemeinen Satz von Ramsey: Es seien k und $l_1, \dots, l_r$ gegeben. Dann gibt es eine kleinste Zahl $R(k; l_1, \dots, l_r)$, so daß folgendes gilt: Ist N eine n-elementige Menge mit $n \geq R(k; l_1, \dots, l_r)$ und sind die k-elementigen Untermengen von N irgendwie mit den Farben $1, \dots, r$ gefärbt, so gibt es eine Farbe i, so daß in einer l_i-elementigen Untermenge von N alle k-elementigen Teilmengen mit i gefärbt sind. (5 Punkte)
Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion über r. Für $r = 2$ bietet sich eine Induktion über k an.

Abgabe: Donnerstag, den 24.4.2014, vor der Vorlesung.