Sommersemester 2013
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
10. Übung

1. Es sei $\mathcal{S}$ eine endliche Familie von endlichen (nicht notwendigerweise paarweise verschiedenen) Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von $\mathcal{S}$, falls eine Bijektion $\Phi : T \to \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, daß $\mathcal{S}$ mindestens eine Transversale besitzt, und zeigen Sie, daß die Menge aller Transversalen von $\mathcal{S}$ die Menge der Basen eines Matroiden ist (des sogenannten *transversalen Matroids*). (4 Punkte)

2. Beweisen oder widerlegen Sei die folgenden Aussagen:

   (a) Jedes uniforme Matroid ist ein transversales Matroid

   (b) Jedes transversale Matroid ist ein graphisches Matroid (4 Punkte)

3. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Rangfunktion r, und sei k eine ganze Zahl mit $|E| \geq k > r(E)$. Sei $\mathcal{B}_k = \{X \subseteq E \mid |X| = k \text{ und } r(X) = r(E)\}$. Zeigen Sie, daß $\mathcal{B}_k$ die Menge der Basen eines Matroids ist. (4 Punkte)

4. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Rangfunktion r, und sei k eine positive ganze Zahl. Sei $r_k : 2^E \to \mathbb{Z}_+$ definiert durch $r_k(X) = \min\{k, r(X)\}$. Zeigen Sie, daß r_k die Rangfunktion eines Matroids ist. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 25.6.2013, vor der Vorlesung.