

Kombinatorik, Graphen, Matroide

6. Übung

1. Zeigen Sie, daß ein ungerichteter Graph genau dann zweifach kantenzusammenhängend ist, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat. (4 Punkte)
2. Zeigen Sie, daß es genau fünf Platonische Körper gibt, d.h. daß es (bis auf Isomorphie) genau fünf 3-zusammenhängende reguläre planare Graphen gibt, deren Flächen alle von Kreisen derselben Länge berandet werden. (4 Punkte)
3. Betrachten Sie folgendes Spiel: Gegeben sei ein leerer Graph mit n_0 Knoten, der planar in die Ebene eingebettet ist. Spieler A und Spieler B führen nun abwechselnd Züge der folgenden Art durch: In jedem Zug werden zwei Knoten, die jeweils höchstens Grad 2 haben, durch einen Weg der Länge zwei verbunden, der jeweils über einen neu hinzugefügten Knoten führt. Der neu hinzugefügte Weg ist dabei so in die Ebene einzubetten, daß sich mit den schon eingebetteten Knoten und Kanten eine planare Einbettung des erweiterten Graphen ergibt. Spieler A beginnt, und es gewinnt der Spieler, der den letzten Zug ausführt. Kann dieses Spiel beliebig lang fortgesetzt werden? Für welchen Spieler gibt es für $n_0 = 2$ eine Gewinnstrategie? (4 Punkte)
4. Sei G ein planarer zweifach zusammenhängender Graph, in dem jeder Knoten geraden Grad hat. Sei Φ eine Einbettung von G . Zeigen Sie, daß man dann die Gebiete von Φ so mit zwei Farben färben kann, daß keine zwei benachbarten Gebiete dieselbe Farbe haben. Dabei heißen zwei Gebiete benachbart, wenn es eine Kante gibt, die auf dem Rand beider Gebiete liegt. (4 Punkte)