Sommersemester 2013
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

# Kombinatorik, Graphen, Matroide
# 5. Übung

1. Wie viele Möglichkeiten gibt es, $n$ Ehepaare so auf $2n$ Stühle an einem runden Tisch zu verteilen, daß keine zwei Ehepartner nebeneinandersitzen? (4 Punkte)

2. Verallgemeinern Sie das Inklusions-Exklusions-Prinzip. Es seien $E_1, \ldots, E_m$ Eigenschaften von Elementen eine $n$-elementigen Menge $S$. Zeigen Sie, daß die Anzahl der Elemente, welche genau $t$ Eigenschaften haben, durch

$$\sum_{j=0}^{m-t} \left[ (-1)^j \binom{t+j}{t} \sum_{i_1 < \cdots < i_{t+j}} N(E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}}) \right]$$

gegeben ist, wobei $N(E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}})$ die Zahl der Elemente sei, welche die Eigenschaften $E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}}$ besitzen. (4 Punkte)

3. Für Konstanten $b, c, d \in \mathbb{R}$ sei die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ gegeben durch $a_n = ba_{n-1} + cd^{n-1}$ für $n \geq 1$ und $a_0 = 0$. Finden Sie eine geschlossene Formel zur Berechnung der Folgeglieder. (4 Punkte)

4. Berechnen Sie durch Betrachtung geeigneter erzeugender Funktionen die folgende Summe:

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}^2 .$$

Im Ergebnis können Binomialkoeffizienten vorkommen, aber davon abgesehen muß eine Auswertung durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen möglich sein. (4 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie $(1 - x^2)^n$.

Abgabe: Dienstag, den 14.5.2013, vor der Vorlesung.