Sommersemester 2013
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
3. Übung

1. Es sei $d \in \mathbb{N}$ mit $d \geq 2$. Bestimmen Sie (in Abhängigkeit von d) das kleinste $k \in \mathbb{N}$, so daß es für jede k-elementige Menge X von Punkten in $\mathbb{Z}^d$ zwei verschiedene Punkte $v, w \in X$ gibt, so daß der Mittelpunkt zwischen v und w ganzzahlig ist. Zeigen Sie, daß Ihr Ergebnis bestmöglich ist. (4 Punkte)

2. Bestimmen Sie die Ramsey-Zahl $R(3, 4)$. (4 Punkte)

3. Für $m, n \in \mathbb{N}$ definieren wir $X_n := \{1, \ldots, n\}$ und

$$A_{n,m} := \left| \left\{ \pi : X_n \to X_n : \pi \text{ Permutation und } |\{i \in X_n \setminus \{n\} : \pi(i) < \pi(i+1)\}| = m \right\} \right|.$$

Außerdem sei $A_{0,0} := 1$ und $A_{0,k} := 0$ (für $k > 0$). Zeigen Sie, wie man $A_{n,m}$ für $n > 0$ und $m > 0$ aus $A_{n-1,m-1}$ und $A_{n-1,m}$ durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen bestimmen kann. (4 Punkte)

4. Berechnen Sie für $x \neq 1$ die folgende Ausdrücke (d.h. finden Sie eine Darstellung, die eine Auswertung mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen erlaubt):

   (a) $\sum_{k=1}^{n} kx^k$

   (b) $\sum_{k=1}^{n} k^2x^k$ (4 Punkte)

   Hinweis: Verwenden Sie die Methode „Isolieren der Terme“

Abgabe: Dienstag, den 30.4.2013, vor der Vorlesung.