

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 2. Übung

1. Zeigen Sie durch ein kombinatorisches Argument, daß für  $1 \leq k \leq n$  gilt:

$$kS_{n,k} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} S_{n-i,k-1}.$$

(4 Punkte)

2. Es sei  $B_0 = 1$  und  $B_n = \sum_{k=0}^n S_{n,k}$  für  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Zeigen Sie:

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B_k.$$

(4 Punkte)

3. Es sei  $\tilde{B}_0 = 1$  und  $\tilde{B}_n = \sum_{k=0}^n k! S_{n,k}$  für  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Finden Sie (analog zu Aufgabe 2) eine rekursive Formel, mit der sich für  $n \in \mathbb{N}$  der Wert  $\tilde{B}_{n+1}$  aus den Werten  $\tilde{B}_0, \dots, \tilde{B}_n$  berechnen läßt. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Formel. (4 Punkte)

4. Zeigen Sie:

$$(a) \quad s_{n+1,k+1} = \sum_{i=k}^n \binom{i}{k} s_{n,i},$$

$$(b) \quad S_{n+1,k+1} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} S_{i,k}.$$

(4 Punkte)