Sommersemester 2012
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
10. Übung

1. Zeigen Sie (unter Benutzung des Vierfarbensatzes), daß die kantenchromatische Zahl eines 3-regulären planaren Graphen G ohne Brücken (d.h. ohne Kanten, deren Löschung die Zahl der Komponenten von G erhöhen würde), 3 ist. Gilt diese Aussage auch noch, wenn man statt 3-Regularität nur $\Delta(G) \leq 3$ fordert? (4 Punkte)

2. Ein Graph heißt *perfekt*, wenn für jeden seiner induzierten Subgraphen H gilt: $\chi(H) = \omega(H)$.
Zeigen Sie, daß bipartite Graphen, die Liniengraphen bipartiter Graphen und Intervallgraphen perfekt sind (dabei ist ein Graph G genau dann ein Intervallgraph, wenn es Intervalle $[a_v, b_v]$ für $v \in V(G)$ gibt, so daß $\{v, w\} \in E(G) \Leftrightarrow [a_v, b_v] \cap [a_w, b_w] \neq \emptyset$ (4 Punkte)

3. Sei G ein Graph, und sei $\mathcal{F}$ die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, daß $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)

4. Es sei $\mathcal{S}$ eine endliche Familie von endlichen (nicht notwendigerweise paarweise verschiedenen) Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von $\mathcal{S}$, falls eine Bijektion $\Phi : T \to \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, daß $\mathcal{S}$ mindestens eine Transversale besitzt, und zeigen Sie, daß die Menge aller Transversalen von $\mathcal{S}$ die Menge der Basen eines Matroiden ist (des sogenannten *transversalen Matroids*). (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 26.6.2012, **vor** der Vorlesung.