

Kombinatorik, Graphen, Matroide

6. Übung

1. Bestimmen Sie die Zahl y_n der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{1, 2, 3\}$, die eine gerade Anzahl von Einsen und eine ungerade Anzahl von Zweien enthalten. (4 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 1 des vorigen Zettels.

2. Zeigen Sie, daß es genau fünf Platonische Körper gibt, d.h. daß es (bis auf Isomorphie) genau fünf 3-zusammenhängende reguläre planare Graphen gibt, deren Flächen alle von Kreisen derselben Länge berandet werden. (4 Punkte)
3. Analog zu Einbettungen von Graphen in die Ebene kann man auch überschneidungsfreie Einbettungen in den Torus betrachten. Zeigen Sie, daß der K_7 überschneidungsfrei in den Torus einbettbar ist. (4 Punkte)
4. Betrachten Sie folgendes Spiel: Gegeben sei ein leerer Graph mit n_0 Knoten, der planar in die Ebene eingebettet ist. Spieler A und Spieler B führen nun abwechselnd Züge der folgenden Art durch: In jedem Zug werden zwei Knoten, die jeweils höchstens Grad 2 haben, durch einen Weg der Länge zwei verbunden, der jeweils über einen neu hinzugefügten Knoten führt. Der neu hinzugefügte Weg ist dabei so in die Ebene einzubetten, daß sich mit den schon eingebetteten Knoten und Kanten eine planare Einbettung des erweiterten Graphen ergibt. Spieler A beginnt, und es gewinnt der Spieler, der den letzten Zug ausführt. Kann dieses Spiel beliebig lang fortgesetzt werden? Für welchen Spieler gibt es für $n_0 = 2$ eine Gewinnstrategie? (4 Punkte)