Sommersemester 2011
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
11. Übung

1. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Abschlußoperator $\sigma : 2^E \to 2^E$, und sei $e \in E$. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) e ist in jeder Basis enthalten.

   (b) e ist in keinem Kreis enthalten.

   (c) Wenn $X \subseteq E$ und $e \in \sigma(X)$, dann $e \in X$.

   (d) $r(E \setminus \{e\}) = r(E) - 1$.

   (e) Für jedes $X \in \mathcal{F}$ gilt $(X \cup \{e\}) \in \mathcal{F}$. (4 Punkte)

2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Für jedes Matroid $(E, \mathcal{F})$ mit Abschlußoperator $\sigma : 2^E \to 2^E$, $X \subseteq E$ und $x \in \sigma(X)$ gilt: $\sigma(X \cup \{x\}) = \sigma(X)$. (4 Punkte)

3. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Abschlußoperator $\sigma : 2^E \to 2^E$. Zeigen Sie, daß dann gilt:

   (a) X ist genau dann ein Kreis, wenn X eine inklusionsweise minimale nichtleere Menge ist mit der Eigenschaft, daß für alle $x \in X$ gilt: $x \in \sigma(X \setminus \{x\})$

   (b) $\sigma(X) = X \cup \{x : (E, \mathcal{F})$ enthält einen Kreis C mit $x \in C \subseteq X \cup \{x\}\}$. (4 Punkte)

4. Seien C_1 und C_2 zwei Kreise eines Matroids $(C_1 \cup C_2, \mathcal{F})$ mit $C_1 \setminus C_2 = \{e\}$. Zeigen Sie, daß wenn C_3 ein Kreis des Matroids ist, entweder $C_3 = C_1$ oder $(C_2 \setminus C_1) \subseteq C_3$ gilt. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 30.6.2010, vor der Vorlesung.

Hinweis auf die nächste Mentoren-Veranstaltung:
Die Mentoren organisieren in diesem Jahr für die Uni Bonn die Teilnahme am GCPC (German Collegiate Programming Contest, die deutschlandweite Vorrunde des ICPC, International Collegiate Programming Contest). Dafür wird es an den Dienstagen 21. und 28. Juni jeweils um 18 Uhr s.t. im Konferenzraum des Arithmeums einen Crashkurs zu den Wettbewerbsbedingungen und Aufgaben geben. Im Anschluss bietet sich die Gelegenheit unter realistischen Bedingungen zu üben und sich für den diesjährigen GCPC am 02. Juli anzumelden. Alle interessierten Studenten sind herzlich eingeladen.