Sommersemester 2011
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

# Kombinatorik, Graphen, Matroide
## 1. Übung

1. Es sollen $n$ Luftballons an $k$ Kinder verteilt werden. Luftballons mit derselben Farbe sollen dabei nicht unterschieden werden. Wie viele Möglichkeiten einer solchen Verteilung gibt es, wenn

   (a) alle Ballons rot sind,

   (b) es $r$ rote und $n-r$ blaue Ballons gibt,

   (c) alle Ballons verschiedene Farben haben? (4 Punkte)

2. Wir betrachten Pfade im 2-dimensionalen Gitter. Wir starten in $(0,0)$. In jedem Schritt dürfen wir entweder die $x$-Koordinate um 1 erhöhen (d.h. einen Schritt nach rechts gehen), oder die $y$-Koordinate um eins erhöhen (d.h. einen Schritt nach oben gehen). Wie viele solcher Wege gibt es, die in $(k,l)$ enden? (4 Punkte)

3. Es seien $k$ paarweise disjunkte Mengen $S_1,\dots,S_k$ gegeben. Außerdem sei $a_i = |S_i|$ für $i=1,\dots,k$. Zeigen Sie:

$$\left|\left\{X \subseteq \bigcup_{i=1}^{k} S_i : |X \cap S_i| \leq 1 \text{ für alle } i \in \{1,\dots,k\}\right\}\right| = \prod_{i=1}^{k}(a_i+1).$$

   Folgern Sie daraus, daß, wenn eine Zahl $n$ die Primfaktorzerlegung $n = p_1^{a_i} p_2^{a_2} \dots$ hat, $n$ genau $t(n) = \prod_i (a_i+1)$ Teiler hat. Wie kann man an $t(n)$ leicht überprüfen, ob $n$ eine Quadratzahl ist? (4 Punkte)

4. In einem Parlament mit $2n+1$ Abgeordneten gebe es drei Fraktionen. Wie viele mögliche Sitzverteilungen gibt es dann, wenn keine Fraktion die absolute Mehrheit hat? (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 14.4.2010, **vor** der Vorlesung.