

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 4. Übung

1. Wie viele natürliche Zahlen bis 1 000 000 sind weder von der Form  $x^2$  noch  $x^3$  noch  $x^5$  für ein  $x \in \mathbb{N}$ ? (4 Punkte)
2. Beweisen Sie  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$  durch erzeugende Funktionen. (4 Punkte)  
Hinweis: Benutzen Sie  $(1+x)^n(1+x)^n = (1+x)^{2n}$ .
3. Zeigen Sie, daß man jede natürliche Zahl als Summe von paarweise verschiedenen Fibonacci-Zahlen schreiben kann. (4 Punkte)
4. Berechnen Sie die erzeugende Funktion der harmonischen Zahlen. (4 Punkte)