

Kombinatorik, Graphen, Matroide

1. Übung

1. An einem Bridgeturnier nehmen $4n$ Spieler teil, und das Turnier findet an n Tischen statt. Jeder Spieler benötigt einen anderen Spieler als Partner, und jedes Paar von Partnern benötigt ein anderes Paar als Gegner. Auf wie viele Arten kann die Wahl von Partner und Gegner erfolgen? (4 Punkte)
2. Sei $p_n(0) := 1$ und $p_n(k) := |\{(i_1, \dots, i_k) \in \{1, \dots, n\}^k \mid i_j + 1 < i_{j+1} \text{ für } j = 1, \dots, k-1\}|$ für $k > 0$. Bestimmen Sie $\sum_{k=0}^n p_n(k)$. (4 Punkte)
3. Es sei $B_0 = 1$ und $B_n = \sum_{k=0}^n S_{n,k}$ für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie:

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B_k.$$

(4 Punkte)

4. Auf einem Kreis seien n Punkte gewählt, die mit rot oder blau markiert sind. Sei A eine Menge von Sehnen, die verschieden gefärbte Punkte verbinden und sich im Inneren des Kreises nicht schneiden. Zeigen Sie, daß dann $|A| \leq \lfloor \frac{3n-4}{2} \rfloor$ gilt. (4 Punkte)