

Kombinatorik, Graphen, Matroide

12. Übung

1. (a) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) nicht immer mit Gleichheit erfüllt.
(b) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) immer mit Gleichheit erfüllt.
(4 Punkte)
3. Zeige, daß jedes graphische Matroid auch ein Vektor-Matroid ist. (4 Punkte)
3. Es sei \mathcal{S} eine endliche Familie von endlichen Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von \mathcal{S} , falls eine Bijektion $\Phi : T \rightarrow \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, daß \mathcal{S} mindestens eine Transversale besitzt und zeigen Sie, daß die Menge aller Transversalen von \mathcal{S} die Menge der Basen eines Matroiden ist. (4 Punkte)
4. Sei G ein Graph, und sei \mathcal{F} die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, daß $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. Was ist das duale Matroid? (4 Punkte)