Diskrete Mathematik II
Sommersemester 2006
Abgabe: Dienstag, 16. Mai, vor der Vorlesung

Übungsblatt 6

Aufgabe 1:

Wir beschränken das 'Satisfiability' Problem auf Instanzen, bei denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens 3 Klauseln enthalten ist. Zeigen Sie, dass das so entstandene '3-Occurance Satisfiability' Problem auch NP-vollständig ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass das 'Stable Set' Problem auch dann noch NP-vollständig ist, wenn es auf Graphen mit maximalem Grad 4 eingeschränkt wird.

(4 Punkte)

Aufgabe 3:

Zeigen Sie, dass das 'Dominating Set' Problem NP-vollständig ist:
Gegeben: Ein ungerichteter Graph G und $k \in \mathbb{N}$.
Frage: Gibt es eine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $|X| \leq k$ so dass $X \cup \Gamma(X) = V(G)$?

(4 Punkte)

Aufgabe 4:

Das Entscheidungsproblem 'Clique' ist NP-vollständig. Ist es immer noch NP-vollständig, wenn es eingeschränkt wird auf

- bipartite Graphen,
- planare Graphen,
- 2-zusammenhängende Graphen?

Beweisen Sie ihre Antworten!

(4 Punkte)

b.w.

Aufgabe 5:

Geben Sie für die folgenden Entscheidungsprobleme jeweils einen polynomiellen Algorithmus an oder beweisen Sie, dass das entsprechende Problem NP-vollständig ist:

- Gegeben sei ein (gerichteter oder ungerichteter) Graph G. Enthält G einen Hamiltonschen Pfad?
- Gegeben seien ein ungerichteter Graph G, Gewichte $w : E(G) \to \mathbb{Z}$, zwei Knoten $s, t \in V(G)$ und $k \in \mathbb{N}$. Existiert ein $s - t$ Pfad mit Gewicht $\leq k$?
- Gegeben seien ein ungerichteter Graph G und $T \subseteq V(G)$. Existiert ein spannender Baum in G, so dass alle Knoten aus T Blätter des Baumes sind?
- Gegeben seien ein ungerichteter Graph G und $T \subseteq V(G)$. Existiert ein spannender Baum in G, so dass alle Blätter des Baumes Elemente von T sind?

(4 Punkte)