

Diskrete Mathematik II  
Sommersemester 2006  
Abgabe: Dienstag, 25. April, vor der Vorlesung

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 1:

Sei  $(E, \mathcal{F})$  ein Matroid und  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $c(e) \neq c(e')$  für alle  $e \neq e'$  und  $c(e) \neq 0$  für alle  $e \in E$ .

Zeigen Sie, dass jeweils genau eine unabhängige Menge maximalen Gewichtes und eine Basis minimalen Gewichtes existieren.

(4 Punkte)

### Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass für Matroide das Unabhängigkeits-, das Basis-Obermengen- (eng.: basis-superset), das Abschluss- und das Rang-Orakel polynomiell äquivalent sind.

(4 Punkte)

### Aufgabe 3:

Sei  $G$  ein ungerichteter Graph. Die Kanten des Graphen sollen mit einer minimalen Anzahl von Farben so gefärbt werden, dass für jeden Kreis  $C$  von  $G$  nicht alle Kanten von  $C$  die gleiche Farbe haben.

Zeigen Sie, dass es einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem gibt.

(4 Punkte)

### Aufgabe 4:

Seien  $(E, \mathcal{F}_1), \dots, (E, \mathcal{F}_k)$  Matroide mit Rang-Funktionen  $rg_1, \dots, rg_k$ .

Zeigen Sie, dass eine Teilmenge  $X \subseteq E$  genau dann partitionierbar ist, wenn  $|A| \leq \sum_{i=1}^k rg_i(A)$  für alle  $A \subseteq X$ .

(4 Punkte)